

INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA NAȚIONALĂ
12 aprilie 2013

Filiera teoretică, profil umanist

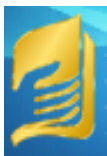


FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

CLASA A IX-A

1. O scară rulantă de 100 m lungime avansează cu viteza de 2 m/s. Doi copii pleacă de la fiecare dintre capetele scării cu viteza de 2,5 m/s. La ce distanță față de capătul cel mai apropiat al scării se vor întâlni?
(Reamintim că $S = v \cdot t$; *spațiul parcurs = viteza · timpul*).
2. Se consideră funcția de gradul al II-lea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = mx^2 - 2(m - 3)x + m + 3$, $m \in \mathbb{R}^*$.
 - a) Determinați $m \in \mathbb{R}^*$ astfel încât graficul funcției să nu intersecteze axa Ox.
 - b) Determinați $m \in \mathbb{R}^*$ astfel încât funcția să fie strict crescătoare pe intervalul $[-2, +\infty)$.
 - c) Determinați $m \in \mathbb{R}^*$ astfel încât $x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 = 0$, unde x_1 și x_2 , sunt rădăcinile ecuației $f(x) = 0$.
3. Patru persoane P_1, P_2, P_3, P_4 se află la intrarea unui tunel întunecos prin care nu pot trece simultan decât două persoane. P_1, P_2, P_3, P_4 traversează tunelul în 1, 2, 5, respectiv 10 minute. Acestea dispun de o torță care arde doar 17 minute. Pot traversa cele patru persoane tunelul? Justificați răspunsul.
4. Fie triunghiul ABC cu $\vec{a} = \overrightarrow{BA}$ și $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$. Pe laturile AB, AC și BC se consideră punctele M, N, P astfel încât $\overrightarrow{MB} = -3\overrightarrow{MA}$; $3\overrightarrow{NC} = -2\overrightarrow{NA}$ și $9\overrightarrow{PC} = 2\overrightarrow{PB}$.
 - a) Să se exprime \overrightarrow{BN} în funcție de \vec{a} și \vec{b} .
 - b) Să se exprime \overrightarrow{BN} în funcție de \overrightarrow{BM} și \overrightarrow{BP} .
 - c) Să se arate că punctele M, N, P sunt coliniare.

Notă: Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

CONCURSUL NAȚIONAL
DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA NAȚIONALĂ
12 aprilie 2013

Filiera teoretică, profil umanist

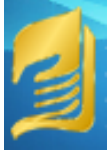


FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

CLASA A X-A

1. Se consideră dreapta (d) de ecuație: $5x - 12y + 32 = 0$ și punctele A(1, -1) și B(5, -3).
Aflați coordonatele punctului M egal depărtat de A și B și situat la distanța 4 față de dreapta (d).
2. Un credit de 10000 de lei este împrumutat pe termen de 2 ani în regim de dobândă compusă cu rata dobânzii de 10%. Care este rata dobânzii pe principiul dobânzii simple care aduce aceeași dobândă în același interval de timp?
3. Din 9 bărbați și 6 femei se formează o delegație alcătuită din 5 persoane. În câte moduri diferite se poate forma această delegație, astfel încât ea să conțină:
 - a) 2 femei
 - b) 2 bărbați și 3 femei
 - c) cel puțin 3 femei?
4. a) Demonstrați că pentru orice numere reale pozitive a și b are loc inegalitatea:
$$\frac{a+b}{2} \geq (\sqrt{10})^{\lg a + \lg b}$$
 - b) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația: $x^2 + 6x + \sqrt{x^2 + 6x} = 20$

Notă: Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA NAȚIONALĂ
12 aprilie 2013

Filiera teoretică, profil umanist



FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

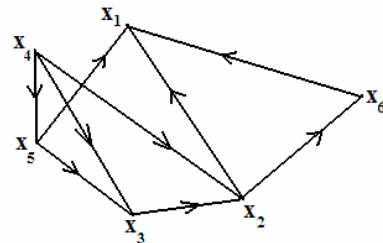
CLASA A XI-A

1. Într-o regiune a țării a fost măsurată înălțimea bărbaților pentru un eșantion de 200 de persoane, datele fiind cuprinse în tabelul următor:

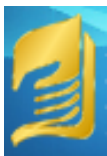
Clasa	[160,170)	[170,175)	[175,180)	[180,185)	[185,190)	[190,195)	[195,205)
Frecvența	35	31	43	35	27	17	12

- a) Reprezentați datele printr-o histogramă.
b) Calculați media și dispersia datelor de mai sus.
2. Considerăm un graf complet cu 90 de vârfuri.
a) Aflați numărul muchiilor grafului.
b) Care este numărul minim de muchii ce trebuie eliminate astfel încât graful să devină eulerian.
3. Vasile este bookmaker. La un meci de fotbal între echipele Ungariei și României șansele pentru o victorie a Ungariei au fost estimate statistic la 50%, iar pentru o victorie a României de 20%. Dacă Vasile dorește un joc cinstit pentru clienții casei de pariuri, care ar trebui să fie cotele corecte pariurilor ?
(joc cinstit = joc în care media profitului este 0, cotă "a – b" = la b unități monetare pariate se câștigă a unități peste ce a pariat)

4. Se consideră graful orientat din figura alăturată. Să se afle dacă există drum hamiltonian și în caz afirmativ să se indice acest drum.



Notă: Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA NAȚIONALĂ
12 aprilie 2013

Filiera teoretică, profil umanist



FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

CLASA A XII-A

1. Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ și ecuația $X^3 = A$, unde X este o matrice pătratică de ordinul 3, cu

elemente numere reale.

a) Demonstrați că $AX = XA$.

b) Demonstrați că există numerele reale a, b, c astfel încât $X = \begin{pmatrix} a & b & c \\ 0 & a & b \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$.

c) Demonstrați că ecuația $X^3 = A$ nu are soluții.

2. Fie A o matrice pătratică de ordinul 3, cu elemente numere întregi, simetrică ($a_{ij} = a_{ji}$, $\forall i, j = \overline{1,3}$). Demonstrați că, dacă elementele de pe diagonala principală sunt egale, iar suma elementelor fiecărei linii este a , atunci $4a \cdot \det(A)$ este număr întreg pătrat perfect.

3. Fie legea de compoziție " \circ " definită prin: $x \circ y = xy - 3x - 3y + 12$, unde x, y sunt numere întregi.

a) Demonstrați că legea " \circ " este asociativă.

b) Demonstrați că legea " \circ " este comutativă.

c) Demonstrați că legea " \circ " admite element neutru și găsiți elementele inversabile.

d) Pe tablă sunt scrise numerele 1, 2, 3, ..., 2013. Considerăm două numere dintre acestea. Le ștergem și în locul lor punem rezultatul compunerii lor prin legea " \circ ". Continuăm procedeul până rămâne un singur număr scris pe tablă. Care este acest număr?

4. Un magazin alimentar vinde produsele A, B, C. La sfârșitul fiecărei zile se face bilanțul vânzărilor din acea zi. În prima zi se vând 18 bucăți din produsul A, 13 din produsul B și 11 din produsul C. A doua zi se vând 8 bucăți din produsul A, 11 din produsul B, 6 din produsul C. A treia zi se vând 19 bucăți din produsul A, 7 din produsul B și 2 din produsul C. Încasările din cele trei zile sunt: 705 u.m. în prima zi, 425 u.m. a doua zi și 355 u.m. a treia zi.

a) Aflați valoarea fiecărui produs exprimată în unități monetare.

b) Dacă în prima zi s-au înregistrat 4 pierderi din produsul B, a doua zi 7 pierderi din produsul C, iar a treia zi câte 4 pierderi din produsele A și B, care este procentul pierderilor din totalul vânzărilor în cele trei zile?

Notă: Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.