INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ *"ADOLF HAIMOVICI"*

ETAPA NAȚIONALĂ
13 aprilie 2014

FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Profil Filologie / Științe sociale

CLASA A IX-A

1. Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} x-2, \text{ dacă } x\geq 2 \\ 2x+3, \text{ dacă } x<2 \end{cases}$.

a) Să se determine punctele de intersecție ale graficului funcției f cu axele de coordonate și să se reprezinte grafic funcția.

b) Să se calculeze aria triunghiului determinat de punctele de intersecție al graficului cu axele de coordonate ale sistemului de axe de coordonate cartezian xOy.

c) Să se calculeze: $E=(f(2)+f(3)+...+f(n)):(f(-1)+f(-2)+...+f(-n))$.

2. Să se rezolve triunghiul ABC știind că măsurile unghiurilor sunt în progresie aritmetică și $\sin A+\sin B+\sin C=\dfrac{3+\sqrt{3}}{2}$, iar latura cea mai lungă este de 6 cm.

3. Fie cercul $\mathcal{C}(O,1)$ de centru O și rază $R=1$ și punctul $A(1,0)\in\mathcal{C}(O,1)$. Un punct M de pe cercul $\mathcal{C}$ are o mișcare uniformă în sens direct trigonometric. Spunem că mișcarea este uniformă dacă în intervale de timp egale, punctul parcurge arce de cerc de lungimi egale. La momentul inițial $t=0$, punctul M coincide cu punctul A. În timp de o secundă, punctul M parcurge pe cerc un arc AM astfel încât $m(\sphericalangle(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OM}))=\dfrac{\pi}{9}$.

a) După cât timp, de la punerea în mișcare, punctul M trece prima dată prin punctul A?

b) Indicați pe un desen care va fi poziția punctului M după 90 de secunde. Dar după 3 minute?

c) Fie $B\in\mathcal{C}(O,1)$, astfel încât $m(\sphericalangle(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}))=\dfrac{3\pi}{2}$. Indicați după cât timp punctul M trece prima dată prin punctul B. În ce alte momente t punctul M trece din nou prin punctul B.

4. Doi fizicieni testează o minirachetă, lansând-o de la sol. Se notează înălțimea cu $h(t)$ (în metri) și timpul cu t (în secunde). Fizicienii estimează că înălțimea pe care o va atinge miniracheta, în funcție de timp, este dată de relația $h(t)=-5t^2+100t$.

a) La cât timp de la lansare miniracheta ajunge din nou la sol?

b) Demonstrați că funcția h este strict crescătoare pe intervalul $[0,10]$ și strict descrescătoare pe intervalul $[10,20]$.

c) Care este înălțimea maximă pe care o poate atinge miniracheta?

Notă: *Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.*

INSPECTORATUL ŞCOLAR
JUDEŢEAN IAŞI

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA NAŢIONALĂ
13 aprilie 2014

FACULTATEA
CONSTRUCŢII DE MAŞINI
ŞI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Profil Filologie / Ştiinţe sociale

CLASA A X-A

4. Fie binomul $\left(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^n$, cu suma coeficienților binomiali egală cu 256. Să se determine:

d) Termenul dezvoltării care nu îl conține pe x.
e) Termenul din mijloc al dezvoltării.
f) Termenul dezvoltării care îl conține pe x^2.

5. În reperul cartezian *xOy* se consideră punctele $A(a,1), B(-1,b), C(2,3)$ și $D(3,2)$, unde a,b sunt numere reale.

a) Să se determine numărul real a, știind că aria triunghiului *ACD* este egală cu 10 u.a.
b) Să se determine numărul real b, știind că distanța de la punctul *B* la dreapta *CD* este egală cu $\sqrt{2}$.
c) Stabiliți o relație între *a* și *b* astfel încât dreptele *AB* și *CD* să fie paralele.

6. Un agent de închirieri propune pentru inchirierea unei mașini pentru o zi două tipuri de contracte:

-primul tip: 200 de lei și încă 1 leu pentru fiecare kilometru parcurs;
-al doilea tip: 100 de lei și încă 1,5 lei pentru fiecare kilometru parcurs.

Se notează cu $f_1(x)$ prețul pentru *x* kilometri parcurși în cazul încheierii unui contract de primul tip, iar cu $f_2(x)$ prețul pentru *x* kilometri parcurși în cazul încheierii unui contract de al doilea tip.

d) Scrieți expresiile pentru funcțiile $f_1(x)$ și $f_2(x)$. Reprezentați grafic, în același reper cartezian *xOy*, funcțiile $f_1(x)$ și $f_2(x)$, pentru $x \in [0,500]$
e) Indicați, utilizând graficul, tipul de contract mai avantajos în funcție de numărul de kilometri parcurși.
f) Găsiți și precizați rezultatele de la punctul b) prin calcul.

4. Într-o urnă sunt bile mari și bile mici. Aceste bile sunt albe și negre. Știm că sunt 5 bile mari și 4 bile mici, din care 6 bile sunt albe și 3 bile sunt negre.

a) Știind că 3 bile sunt în același timp albe și mari determinați:
-numărul de bile mici și negre;
-numărul bilelor mari și negre;
-numărul bilelor mici și albe.

b) Dacă extragem, la întâmplare o bilă din urnă, calculați probabilitatea ca aceasta să fie:
-albă și mică;
-albă;
-mică;
-albă sau mică.

Notă: *Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.*

INSPECTORATUL ŞCOLAR
JUDEŢEAN IAŞI

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ *"ADOLF HAIMOVICI"*

ETAPA NAŢIONALĂ
13 aprilie 2014

FACULTATEA
CONSTRUCŢII DE MAŞINI
ŞI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Profil Filologie / Ştiinţe sociale

CLASA A XI-A

7. Unui muncitor i s-a mărit salariul în ultimii 3 ani de două ori: o dată cu 48% şi a doua oară cu 10%. După a doua mărire primeşte cu 753,60 lei pe lună mai mult decât înainte de prima mărire.

g) Aflaţi cât primea muncitorul înainte de fiecare mărire.
h) Aflaţi cât la sută primeşte acum, în plus, faţă de acum trei ani.
i) Aflaţi cât la sută reprezintă a doua mărire din prima mărire.

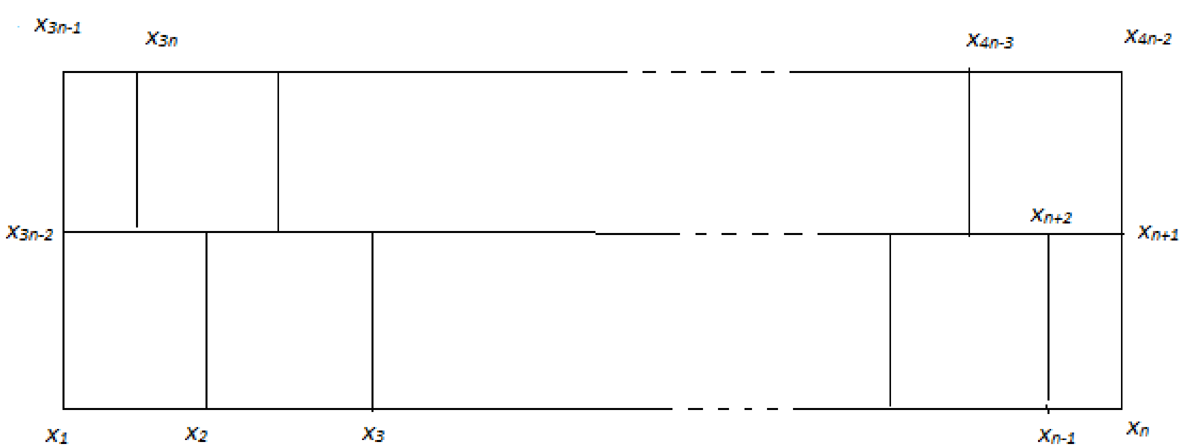
8. În tabelul de mai jos este prezentată distribuţia unor piese după diametrul lor:

Mărimea diametrului (mm)	[10,20)	[20,30)	[30,40)	[40,50)	[50,60)
Frecvenţa absolută	10	15	12	15	8

a) Trasaţi poligonul frecvenţelor.
b) Calculaţi valoarea medie a diametrelor pieselor.
c) Ştiind că diametrul pieselor din fiecare clasă creşte uniform, să se afle diametrul celei de-a 30-a piese.

9. a) Fie graful G cu vârfurile $x_1, x_2, ..., x_n$, $n \geq 5$. Determinaţi numărul minim şi numărul maxim de muchii astfel încât graful să aibă două puncte izolate.
b) Într-o tabără sunt 25 de elevi. Doi elevi sunt în relaţie de prietenie dacă ei se respect reciproc. Să se determine numărul minim şi numărul maxim de relaţii de prietenie astfel încât exact 3 elevi să nu aibă prieteni.

4. Se consideră graful cu $4n-2$ vârfuri:



Să se arate că numărul muchiilor este de forma $6k+1, k \in \mathbb{N}^*$.

Notă: *Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.*

INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ *"ADOLF HAIMOVICI"*

ETAPA NAȚIONALĂ
13 aprilie 2014

Profil Filologie / Științe sociale

FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

CLASA A XII-A

1. Pe mulțimea numerelor reale definim operația $x \circ y = (x+4)(y+4)-4, \forall x, y \in \mathbb{R}$.

a) Arătați că operația este asociativă.

b) Să se calculeze $x \circ (-4)$.

c) Să se calculeze: $(-2014) \circ (-2013) \circ ... \circ 2013 \circ 2014$.

2. În reperul cartezian *xOy*, se consideră punctele $O(0,0)$ și $A_n(n, 2^n), n \in \mathbb{N}$.

a) Să se arate că punctele O, A_1, A_2 sunt coliniare.

b) Să se determine ecuația dreptei A_2A_3.

c) Să se calculeze aria triunghiului determinat de punctele $A_{2013}, A_{2014}, A_{2015}$.

3. Un elev își alege o matrice $A \in M_3(\mathbb{R})$. Prietenul său alege o altă matrice $B \in M_3(\mathbb{R})$, având grijă ca aceasta să comute cu matricea A($A \cdot B = B \cdot A$), dar astfel încât pătratele celor două matrice să coincidă. Demonstrați că suma celor două matrice este o matrice singulară.

4. În toate pătrățelele 1×1 ale unei table de dimensiuni 5×6 sunt scrise numere astfel încât numerele din fiecare linie și din fiecare coloană formează progresii aritmetice, în ordinea în care sunt scrise. Suma celor patru numere scrise în colțurile tablei este egală cu $\frac{4028}{15}$. Să se afle suma tuturor numerelor de pe tablă.

Notă: *Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.*